

A ESTIMAÇÃO DAS PERDAS ESPERADAS ATRAVÉS DO USO DE CADEIAS DE MARKOV: UM ESTUDO DE CASO

RICARDO FRANCELI DA SILVA

FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO - FEA

MARCOS DOS SANTOS

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA (IME)

THIAGO MARQUES TEIXEIRA DE OLIVEIRA

ESCOLA NACIONAL DE CIÊNCIAS ESTATÍSTICAS (ENCE)

ADRIANA MELGES QUINTANILHA WEINGART

BERNARDO JOSÉ VITOR DA SILVA

ESCOLA SUPERIOR DE AGRICULTURA "LUIZ DE QUEIROZ" - USP

A ESTIMAÇÃO DAS PERDAS ESPERADAS ATRAVÉS DO USO DE CADEIAS DE MARKOV: UM ESTUDO DE CASO

INTRODUÇÃO

Dada a função primordial das demonstrações contábeis de informar, a correta estimação das perdas esperadas para o período contábil ganha importância, tanto com o objetivo de divulgar aos *stakeholders* qual o montante de receita foi e será perdido por conta de inadimplência quanto para fazer a correta gestão dessa inadimplência em busca de melhores resultados.

Esse tema ganha complexidade quando o próprio modelo de negócio gera impactos na inadimplência, como no caso da oferta de serviços públicos contínuos, que por um lado gera a possibilidade da interrupção do serviço dos clientes inadimplentes, mas por outro, conforme a regulação local, pode gerar a necessidade de se prover o serviço a qualquer cliente que o solicite e esteja conectado à rede, oferecendo crédito sem a possibilidade de análise e negativa. Nesses casos, o conhecimento do negócio, das probabilidades de recebimento efetivo dessa receita e das ferramentas disponíveis para essa modelagem são imprescindíveis para a correta contabilização da perda esperada por inadimplência, e para obter *insights* relevantes das análises desses números.

Em 2014, o International Accounting Standards Board (IASB) divulgou o International Financial Reporting Standards 9 (IFRS 9), com o objetivo de atualizar o International Accounting Standard 39 (IAS 39), alterando o conceito de provisionamento para perdas esperadas, em substituição às perdas incorridas. No Brasil a Provisão para Créditos de Liquidação Duvidosa (PCLD) calculada sob as normas do IFRS é constituída com o objetivo de cobrir eventuais perdas de receita associadas à cobrança do contas a receber (IUDÍCIBUS, MARTINS E GELBCKE, 2009, p. 81). Segundo Silva e Robles Junior (2017, p. 3) a provisão para crédito de liquidação duvidosa possui uma conexão direta com a inadimplência, dado que o valor de provisionamento de cada ativo financeiro é alterado conforme variações no risco de inadimplência das operações.

Além das características inerentes do ativo serem importantes para determinar as perdas esperadas, a inadimplência tem forte relação com os dados macroeconômicos. Essa relação não será explorada no presente estudo, mas poderá ser abordada em estudos futuros sobre o tema. A importância das análises de risco de crédito e da relação com essas duas características (da carteira e sua relação com dados macroeconômicos) ganharam importância nas últimas duas décadas por conta da ampliação das negociações de títulos de dívida, do aumento da regulação sobre o tema (STEPANKOVA, 2019), e da crise do subprime de 2008.

Dessa maneira, realizou-se um estudo de caso da aplicação de Cadeias de Markov na determinação dos parâmetros de estimação das perdas esperadas de um segmento de clientes de uma distribuidora de gás natural brasileira, com o objetivo principal de demonstrar o cálculo dos parâmetros para a estimação das perdas esperadas derivadas da inadimplência e de como essa ferramenta pode ajudar na gestão desse tema na companhia.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Contabilidade e Informação

Segundo Iudícibus, Martins e Gelbcke (2009), a Contabilidade é um sistema de informação e avaliação destinado a prover demonstrações e análises de natureza econômica, financeira, física e de produtividade, insumo para a tomada de decisões econômico-financeiras. Dessa forma, precisa evidenciar da maneira mais fidedigna possível a realidade nessas dimensões.

Risco de Crédito

Prochnow (1981) afirma que crédito é definido como a entrega de dinheiro, bens ou serviços hoje em troca de uma promessa futura de pagamento. As concessionárias que fornecem serviços públicos oferecem aos clientes crédito dado que prestam o serviço contratado e somente em um momento futuro irão realizar o faturamento e cobrança desse consumo realizado. As agências reguladoras estabelecem a obrigatoriedade do fornecimento do serviço aos potenciais clientes desde que estejam na rede e não tenham débitos com a concessionária (Deliberação ARSESP nº 732, 2017), mesmo que tenham um histórico problemático de crédito com outras instituições.

O risco de crédito é comumente entendido como a potencial falha de um indivíduo em atender suas obrigações contratuais (Basel Committee for Banking Supervision, 2000; Saunders, 2000).

Perdas Esperadas (Provisão para Créditos de Liquidação Duvidosa)

Silva e Robles Junior (2017) afirmam que a provisão para crédito de liquidação duvidosa está diretamente relacionada a inadimplência, dado que o valor de provisionamento da perda se movimenta conforme variações no risco de inadimplência das operações.

Segundo França (1977: vol. 44, p. 104), há dois tipos de inadimplemento: o absoluto, no qual “a obrigação não foi cumprida nem poderá sê-lo”, e o relativo, em que ainda resta a possibilidade de cumprimento da obrigação. Dessa forma, pode-se considerar o “inadimplemento absoluto” a uma perda e o “inadimplemento relativo” a um atraso, e com a cadeia de Markov é mais clara essa distinção.

Em 2014 o International Accounting Standards Board (IASB) publicou o International Financial Reporting Standards 9 (IFRS 9), em substituição ao International Accounting Standard 39 (IAS 39), incorporando um fundamento importante do reconhecimento das perdas esperadas, ao invés das perdas incorridas.

Conforme estabelecido no IFRS 9, as instituições devem reconhecer provisão para perdas esperadas de crédito em ativos financeiros cujos resultados dependam do recebimento de pagamentos em fluxos de caixas contratuais. Dessa maneira, o IFRS 9 estabelece que sejam aplicados os requerimentos de depreciação dos ativos ou redução do valor recuperável (*impairment*) para o reconhecimento e mensuração de uma provisão para perdas para ativos financeiros. Sendo assim, a Provisão para Créditos de Liquidação Duvidosa (PCLD) é constituída com o objetivo de antecipar o efeito de eventuais perdas de receita associadas ao risco de crédito, mesmo para títulos ainda não vencidos (CPC 48 / IFRS 9). Esse modelo de *impairment* tem como base as perdas de crédito esperadas, gerando um provisionamento para perdas antes da perda efetiva de crédito, ou seja, as empresas reconhecem perdas imediatamente após o reconhecimento inicial do ativo financeiro e o atualizam constantemente baseados na probabilidade de que essa perda ocorra (CPC 48).

Tecnicamente, Hendriksen e Breda (1999, p. 347) destacam que existem dois métodos de cálculo comumente usados para a provisão para perdas no contas a receber, uma se baseia na

análise das contas a receber e outra no histórico de recebimento das vendas a prazo do exercício. Stickney e Weil (2001) apresentam dois métodos de cálculo da provisão para créditos de liquidação duvidosa, o do percentual sobre as vendas e o que se baseia na idade das contas a receber. Esses métodos são análogos aos descritos por Hendriksen e Breda (1999), sendo a segunda uma análise das contas a receber baseada em sua idade, tomando como base a data de vencimento da obrigação. Stickney e Weil, em seu exemplo, dividem as contas em: a vencer; vencidas há 30 dias ou menos; vencidas entre 31 e 60 dias; vencidas entre 61 e 180 dias e vencidas há mais de 180 dias, e estabelecem um percentual que chamam de incobráveis para cada uma dessas classes. A tarefa de mensurar a perda esperada decorrente do crédito oferecido tem origem na incerteza sobre os pagamentos acordados contratualmente, conforme a idade de cada débito.

As técnicas de tratamento dessas perdas se desenvolveram mais fortemente nas instituições financeiras, e a motivação advém de, além de uma carteira de clientes mais ampla com a mesma necessidade de provisionamento e de uma forte obrigação regulatória definida pelo órgão regulador do setor. Atualmente, no mercado brasileiro, a Resolução nº 2682, de 21 de dezembro de 1999 do Conselho Monetário Nacional, estabelece regras para as instituições financeiras classificarem suas operações de crédito em níveis e riscos. Esta classificação considera informações sobre o devedor, garantias e sobre a operação. A partir desta categorização, são fixados alguns critérios para as classificações de risco em função dos atrasos das operações de crédito e realizada a Provisão para Créditos de Liquidação Duvidosa (PCLD) conforme esse risco (COSTA et al, 2021).

Cadeias de Markov

Há trabalhos publicados que relacionam o uso das Cadeias de Markov e a inadimplência, avaliando a dinâmica da transição entre graus de risco, como Dos Reis et al. (2020), que apresenta duas metodologias para a estimativa de probabilidades de transição de *rating* dentro de estruturas de Markov e não-Markov, Stepankova (2021), com um estudo semelhante aplicado a dados bancários, Le, Ku e Jun (2021) com um estudo sobre a efetividade da estimação de matrizes de migração de *rating* de crédito usando a análise de *clusters*, além de trabalhos que sintetizam a importância das matrizes de transição na modelagem de risco de crédito nas últimas décadas (e.g. Bangia, Diebold, Kronimus, Schagen, & Schuermann, 2002; Trueck & Rachev, 2009), demonstrando aplicações no *assessment* de risco de portfólios, modelagem da estrutura de prêmio de risco de crédito e na precificação de derivativos de crédito.

Há estudos que envolvem outras aplicações interessantes, como um estudo com uma abordagem probabilística através de representações em cadeia de Markov de processos de pagamento de empréstimos individuais e em grupo de mutuários (BERNARDINO et. al., 2019), o desenvolvimento de uma metodologia para calcular a perda de crédito esperada usando uma abordagem modularizada de forma transparente utilizando três componentes: probabilidade de inadimplência, perda dada a inadimplência e exposição à inadimplência (SCHUTTE et. al., 2020), que apresentam aplicações de cadeias da Markov na estimação das perdas esperadas semelhantes às do presente estudo, em negócios e com características distintos, Chen et al. (2020), que propõem um novo framework de modelagem de risco de crédito, levando em consideração o efeito do contágio entre credores e o impacto dos efeitos macroeconômicos, e Georgiou et al. (2021), que apresentam o uso de cadeias de Markov particionadas para comparação e compatibilização na análise de riscos sob os critérios do IFRS 9. Outros trabalhos relacionados com a estimação da probabilidade de *default* e na análise de risco são Kaniovski

e Pflug (2007), Breed et. al. (2021), Bellandi (2021), Kamath e Jahan (2020) e Chen et al. (2020).

Contudo, Stepankova (2019) para confirmar a aplicabilidade de cadeias de Markov na análise do risco de crédito, avaliou duas premissas importantes nas quais se baseiam o uso das cadeias de Markov, a homogeneidade temporal e a propriedade de Markov, relacionada à perda de memória de um processo estocástico. O resultado evidenciou que no *dataset* analisado essas duas premissas não foram satisfeitas, gerando um alerta quanto a sua aplicabilidade. A base continha 20 mil observações de empresas norte-americanas e europeias no período de 2015-2018. Isso significa que essas probabilidades associadas às mudanças de estados não são homogêneas ao longo do tempo na amostra avaliada pela pesquisadora.

Os trabalhos, contudo, apresentam ferramentas avançadas para a análise do risco usando as transições das cadeias de Markov, normalmente em carteiras com volume grande de credores, sem demonstrar a aplicabilidade prática da ferramenta na estimação de maneira a auxiliar as empresas na determinação e cálculo de suas perdas esperadas.

METODOLOGIA

O presente estudo visa avaliar a aplicação de cadeias de Markov com o objetivo de estimar as perdas esperadas por crédito no Contas a Receber da empresa. O método, eventualmente utilizado para cálculo da provisão para créditos de liquidação duvidosa, é derivado de uma matriz de migração. Alguns trabalhos ilustraram a aplicação na modelagem da inadimplência, como Assaf Neto e Silva (1995), baseados na Cadeia de Markov.

A Cadeia de Markov com Estados Discretos M , definida em um espaço de estados S , de cardinalidade $|S| = n < \infty$, é um processo estocástico $\{X_t: t \in \mathbb{N}\}$, de tal forma que:

$$P(X_t = s_t | X_{t-1} = s_{t-1}, \dots, X_1 = s_1) = P(X_t = s_t | X_{t-1} = s_{t-1}) \text{ para qualquer estado } s_i \in S.$$

Para a cadeia de Markov adotada a notação $M = (S, P)$, com S definido acima e $P = (P_{i,j})_{i,j=1,\dots,n}$ é a matriz de transição estocástica da cadeia de Markov, cujas entradas $P_{i,j}$ simbolizam a probabilidade de transição de um estado da cadeia para outro, ou seja

$$P_{i,j} = P(X_t = j | X_{t-1} = i), \text{ para um } n \in \mathbb{N}.$$

Dessa forma, a expectativa de perdas esperadas em um ativo financeiro pode ser encontrada segundo o grafo da figura 1, cujas probabilidades serão discutidas a seguir.

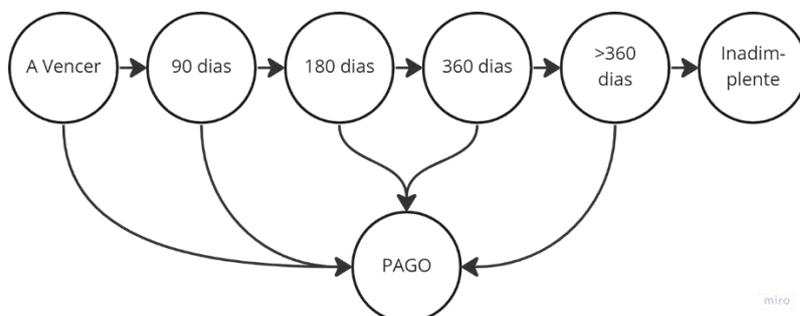


Figura 1 - Estados Relacionados à Inadimplência de um Título

Os dados observados relacionados ao pagamento dos clientes desse segmento específico na concessionária estudada abrangem os anos de 2020 e 2021, e foram multiplicados por um fator de maneira a anonimizar ambos, segmento e concessionária, sem impacto para os resultados observados a seguir.

ANÁLISE DOS RESULTADOS

A distribuição do recebimento da receita segue o perfil da tabela 1, de um total de R\$ 1.296.558 e serão usados como base para cálculo das probabilidades de cada nó da Cadeia de Markov.

Tabela 1 Pagamento por Faixa de Idade dos Títulos

| Momento em que foi pago | R\$ '000 |
|--------------------------------|-----------------|
| A vencer | 851,422 |
| Até 90 | 429,237 |
| Até 180 | 6,435 |
| Até 360 | 3,132 |
| Acima de 360 | 913 |
| Não pago | 5,418 |
| Total | 1,296,558 |

Valores pagos em cada faixa, não cumulativos.

Isso significa dizer que do valor R\$ 1.296.558 de receita nesse período amostral estudado, R\$ 851.422 foram pagos até o vencimento, R\$ 429.237 foram pagos até 90 dias após o vencimento e assim por diante. Os dados de pagamento da concessionária e segmento estudado leva ao desenvolvimento da matriz de transição e do grafo apresentados na tabela 2 e na figura 2.

Tabela 2 Matriz de Transição

| | A vencer | Até 90 | Até 180 | Até 360 | Acima de 360 | Pago | Inadimplente |
|---------------------|-----------------|---------------|----------------|----------------|---------------------|-------------|---------------------|
| A vencer | 0% | 34.3% | 0% | 0% | 0% | 65.7% | 0% |
| Até 90 | 0% | 0% | 3.6% | 0% | 0% | 96.4% | 0% |
| Até 180 | 0% | 0% | 0% | 59.5% | 0% | 40.5% | 0% |
| Até 360 | 0% | 0% | 0% | 0% | 66.9% | 33.1% | 0% |
| Acima de 360 | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 14.4% | 85.6% |

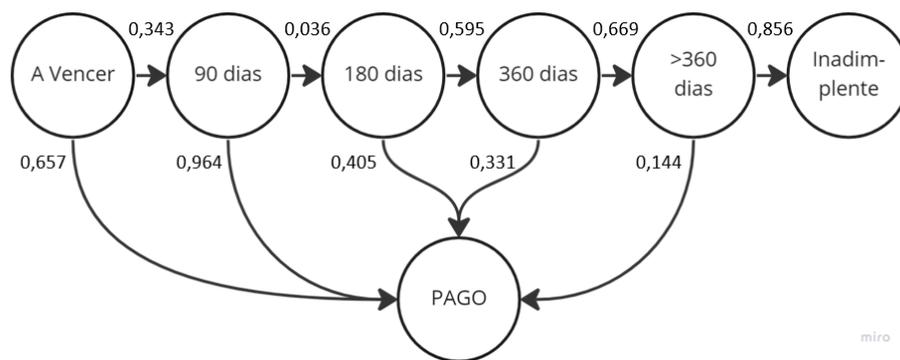


Figura 2 Grafo de Inadimplência

O status “inadimplente” na cadeia de Markov apresentada na figura 2 seriam os casos de inadimplimento absoluto, em que a probabilidade de reversão da inadimplência é praticamente nula.

Neste estudo de caso, para se estimar os percentuais de perdas esperadas que deveriam ser utilizados em cada faixa do contas a receber para cálculo da provisão para Provisão de Créditos de Liquidação Duvidosa, conforme o *aging*, utiliza-se a seguinte modelagem:

| | a vencer | até 90 | até 180 | até 360 | acima de 360 | pago | não pago | acum. | não pago / aging |
|--------------|----------|--------|---------|---------|--------------|-------|----------|-------|------------------|
| a vencer | A = | 34.3% | | | | 65.7% | | 65.7% | 0.4% |
| até 90 | | | B = | | | 96.4% | | 98.8% | 1.2% |
| até 180 | | | | C = | | 40.5% | | 99.3% | 34.1% |
| até 360 | | | | | D = | 33.1% | | 99.5% | 57.3% |
| acima de 360 | | | | | | 14.4% | E = | 99.6% | 85.6% |

Inadimplência acumulada $A \times B \times C \times D \times E = 0.42\%$

Figura 3 Cálculo das Perdas Esperadas por Faixa de Idade

O que é apresentado como ferramenta útil para a gestão do ponto de vista prático vai além das probabilidades puras de cada nó, que podem ser calculadas facilmente. Para a estimação das perdas quando determinada fatura atinge 91 dias, por exemplo, não basta a informação de qual a probabilidade dessa fatura ser paga ou envelhecer até a faixa seguinte. Para se estimar as perdas esperadas para essa fatura é necessário ponderar toda a probabilidade dessa fatura até o caminho de inadimplência absoluta, ou seja, qual a probabilidade dela, estando na faixa de 91 dias de atraso, chegar ao destino final da inadimplência absoluta.

Esse caminho pode ser mais bem observado na figura 4.

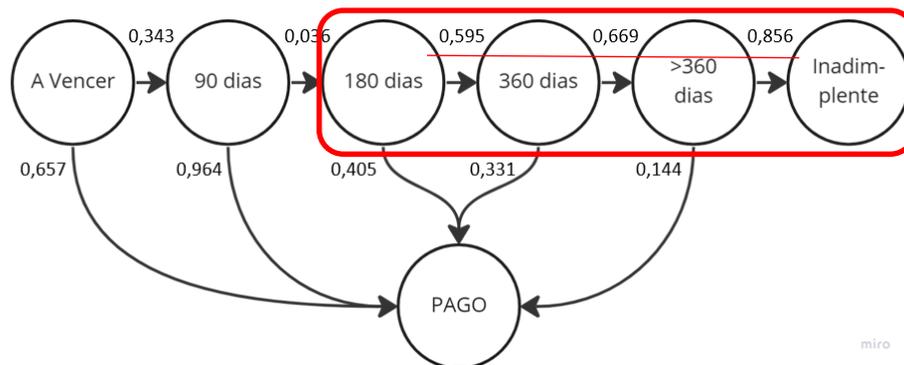


Figura 4 Caminho de um Débito com 91 dias de Vencido até a Inadimplência Absoluta

A probabilidade dessa fatura chegar à inadimplência absoluta é dada pela multiplicação das 3 probabilidades destacadas ($0,595 \times 0,669 \times 0,856 = 0,341$), ou seja, a probabilidade dela transitar entre esses estados e chegar à inadimplência absoluta.

Desse cálculo obtêm-se os percentuais aplicáveis, que são 0,4% que são provisionados já sobre os títulos a vencer, dada a perda esperada sobre a receita da companhia / segmento, 1,2% sobre os títulos vencidos até 90 dias, 34,1% sobre os títulos vencidos até 180 dias, 57,3% sobre os títulos vencidos até 360 dias e 85,6% para os títulos vencidos há mais que 360 dias. Esse detalhamento do *aging* é somente para fins didáticos, na contabilização e gestão normalmente utiliza-se um detalhamento maior.

Normalmente esses percentuais sobem à medida que o título envelhece, isso faz sentido dado que normalmente o risco de inadimplência absoluta é maior à medida que o título envelhece.

Esses percentuais são os que devem ser aplicados ao contas a receber para estimar qual seria a provisão, faixa a faixa, para créditos de liquidação duvidosa, reduzindo o Contas a Receber, registrados contra a conta de resultado. As movimentações mensais nas faixas impactam consequentemente essa provisão, gerando os mesmos efeitos no resultado da companhia. Esse provisionamento pode divergir da perda efetiva em decorrência de eficiências ou ineficiências no processo de gestão de recebíveis e dos efeitos exógenos que podem impactar a capacidade de pagamento dos clientes, como choques econômicos, alterações nos juros, atividade econômica e nível desemprego.

Além disso, práticas diferentes no processo de cobrança, com prazos diferentes e novas modalidades levarão a um provisionamento dissonante na realidade, ou seja, o provisionamento pode estar maior o menor dependendo das mudanças nessas condições gerais apresentadas, contudo não há grandes choques nos resultados. Isso implica em impactos marginais de provisionamentos através da aplicação mensal dos percentuais de perdas esperadas no *aging* do Contas a Receber, registrando as Perdas Esperadas sobre as novas receitas e provisionando somente os ajustes nos provisionamentos feitos nos períodos anteriores, caso seja necessário.

CONCLUSÃO

A cadeia de Markov mostrou-se comprovadamente uma ótima ferramenta para a estimação dos percentuais a serem aplicados para cálculo da PCLD, gerando facilmente as probabilidades de migração de um estado a outro, e consequentemente qual fatia dos saldos de cada faixa do contas a receber precisariam ser provisionados como perdas.

Contudo, conforme aponta Stepankova (2019), a homogeneidade temporal, uma das premissas das cadeias de Markov, não foi verificada em seu estudo sobre risco de crédito, gerando um alerta sobre sua usabilidade. Além disso pode haver relação da inadimplência em determinado período com variáveis macroeconômicas, gerando um comportamento dinâmico à inadimplência não estimado nos parâmetros adotados. Ferramentas mais avançadas podem ser avaliadas em estudos futuros, como a aplicação de cadeias de Markov não-homogêneas ou algum outro tipo de modelagem que relacione variáveis macroeconômicas às probabilidades de default.

Apesar dessa limitação, um modelo será sempre uma simplificação da realidade e, portanto, não será capaz de reproduzir fielmente essa realidade. Ou seja, deve-se usar a melhor informação disponível pela gestão na realização dos provisionamentos sob o CPC 48 / IFRS 9, o que pode, sob o juízo de cada decisor, em cada setor e sob cada contexto, abrir um espaço importante para a aplicação dessa ferramenta simples e bastante poderosa. Além disso, se mostrou bastante didática a sua exposição para exemplificar os caminhos de um débito com determinada idade entre a inadimplência absoluta e o pagamento, facilitando as discussões com times contábeis, auditores e a própria área de vendas na busca de clientes menos propensos ao risco de inadimplência.

Além disso, as cadeias de Markov podem servir de ferramenta na própria gestão da inadimplência, por exemplo, segregando essa análise conforme o perfil de clientes para direcionamento de atuação comercial futura, na avaliação de determinada ação de cobrança, ou na atenção e energia dedicadas ao estímulo de uma modalidade de pagamento que venha a ter uma inadimplência menor, como o débito automático, por exemplo. Ambos também podem ser temas de trabalhos futuros interessantes, com contribuições acadêmicas e práticas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARSESP. (2017). Deliberação Arsesp nº 732, dispõe sobre as condições gerais de fornecimento de gás canalizado no Estado São Paulo. Recuperado de <http://www.arsesp.sp.gov.br/LegislacaoArquivos/ldl7322017.pdf>

Assaf Neto, A., & Silva, C. A. T. (1995). Administração de capital de giro. São Paulo: Atlas.

Bangia, A., Diebold, F. X., Kronimus, A., Schagen, C., & Schuermann, T. (2002). Ratings migration and the business cycle, with application to credit portfolio stress testing. *Journal of Banking & Finance*, 26(2-3), 445-474.

Basel Committee on Banking Supervision. (2000). Principles for the management of credit risk. Basel, Switzerland: Bank for International Settlements.

Bellandi, F. (2021). IFRS 9 single impairment model: Semantics and circularity? A study in the airline industry. *International Journal of Business and Management*.

Bernardino, T. T. R., & Santos, J. B. (2019). Markov chain representation of individual and group lending in microcredit. Proceedings of the 8th SEAMS-UGM international conference on mathematics and its applications 2019: Deepening mathematical concepts for wider application through multidisciplinary research and industries collaborations.

Breed, D. G., van Jaarsveld, N., Gerken, C., Verster, T., & Raubenheimer, H. (2021). Development of an Impairment Point in Time Probability of Default Model for Revolving Retail Credit Products: South African Case Study. *Risks*, 9(11), 208.

Chen, D., Deng, J., Feng, J., & Zou, B. (2020). A set-valued Markov chain approach to credit default. *Quantitative Finance*.

Comitê de Pronunciamentos Contábeis (CPC) (2016). CPC 48: Instrumentos Financeiros. Correlação às Normas Internacionais de Contabilidade. Acessado em http://static.cpc.aatb.com.br/Documentos/530_CPC_48.pdf. Acesso em 10 de fevereiro de 2023.

Conselho Monetário Nacional. (1999, dezembro 21). Resolução n. 2.682, de 21 de dezembro de 1999. Dispõe sobre critérios de classificação das operações de crédito e regras para constituição de provisão para créditos de liquidação duvidosa. Disponível em https://www.bcb.gov.br/pre/normativos/res/1999/pdf/res_2682_v2_L.pdf. Acesso em 10 de fevereiro de 2023.

Costa, J. P. V., Cleber, Lima C. M., Almeida, N. F., Chaim, R. M., & Souza, J. C. F. (2021). Model for Dynamics Credit Risk Characterization and Profit Inference in Credit Card Fintechs. In *WorldCIST 2021: Trends and Applications in Information Systems and Technologies*.

Dos Reis, G., Pfeuffer, M., & Smith, G. (2020). Capturing model risk and rating momentum in the estimation of probabilities of default and credit rating migrations. *Quantitative Finance*, 20(7), 1069-1083.

França, R. L. (1977). *Enciclopédia Saraiva de Direito* (V.44). São Paulo: Saraiva.

Georgiou, K., Domazakis, G. N., Pappas, D., & Yannacopoulos, A. N. (2021). Markov chain lumpability and applications to credit risk modelling in compliance with the International Financial Reporting Standard 9 framework. *European Journal of Operational Research*, 292(3), 1146-1164.

Hendriksen, E. S., & Breda, M. F. V. (1999). *Teoria da contabilidade* (5a ed.). São Paulo: Atlas.

Iudícibus, S. de, Martins, E., & Gelbcke, E. R. (2009). *Manual de contabilidade das sociedades por ações*. São Paulo: Atlas.

Kamath, H., & Jahan, N. F. (2020). Using hidden Markov model to monitor possible loan defaults in banks. *International Journal of Economics and Business Administration*.

Kaniovski, Y. M., & Pflug, G. C. (2007). Risk assessment for credit portfolios: a coupled Markov chain model. *Journal of Banking & Finance*, 31(8), 2303-2323.

Le, R., Ku, H., & Jun, D. (2021). Sequence-based clustering applied to long-term credit risk assessment. *Expert Systems with Applications*, 165, 113940.

Saunders, A. (2000). *Administração de instituições financeiras* (Antonio Zoratto Sanvicente, Trad.). São Paulo: Atlas.

Schutte, W. D., Verster, T., Doody, D., Raubenheimer, H., & Coetzee, P. J. (2020). A proposed benchmark model using a modularized approach to calculate IFRS 9 expected credit loss. *Cogent Economics & Finance*.

Stickney, C. P., & Weil, R. L. (2001). *Contabilidade financeira: Uma introdução aos conceitos, métodos e usos* (2a ed.). São Paulo: Atlas.

Stepankova, B. (2019). Bank-sourced transition matrixes: are banks' internal credit risk estimates Markovian?. *Journal of Credit Risk*, 18(1).

Stepankova, B. (2021). Bank-sourced credit transition matrices: Estimation and characteristics. *European Journal of Operational Research*, 288(3), 992-1005.

Trueck, S., & Rachev, S. (2009). Rating-based modeling of credit risk: Theory and application of migration matrices. In *Academic Press Advanced Finance* (pp. 1-34). Elsevier Science.