

## **AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DE CARTEIRAS DE AÇÕES AJUSTADAS AO CVAR NO BRASIL**

**FERNANDO ESPINDOLA VIDEIRA**

ESCOLA PAULISTA DE POLÍTICA, ECONOMIA E NEGÓCIOS - UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO -  
EPPEN/UNIFESP

**LEANDRO MACIEL**

ESCOLA PAULISTA DE POLÍTICA, ECONOMIA E NEGÓCIOS - UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO -  
EPPEN/UNIFESP

# AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DE CARTEIRAS DE AÇÕES AJUSTADAS AO CVAR NO BRASIL

## 1. INTRODUÇÃO

Até a década de 1950, as estratégias de composição de carteiras utilizadas pelos participantes dos mercados financeiros apresentavam baixo rigor científico, de forma que a alocação dos recursos não necessariamente maximizavam os retornos esperados para cada nível de risco assumido. Zaninni e Figueiredo (2005) destacam que o princípio dominante consistia em selecionar ativos que apresentavam os maiores retornos históricos, pressupondo portanto que tais resultados se repetissem no futuro. Entretanto, com a maior integração e desregulamentação dos mercados financeiros, e o posterior aumento da variabilidade dos preços dos ativos em resposta às variações sistemáticas e não sistemáticas dos mercados, estratégias baseadas em desempenhos históricos nem sempre resultavam em uma melhor combinação dos fatores risco e retorno, assim como estavam associadas a elevadas perdas financeiras.

Harry Markowitz, em seu trabalho seminal em 1952, alterou a concepção dos agentes na definição de suas estratégias para a composição de carteiras, sobretudo na forma como a relação entre risco e retorno é pensada em Finanças. Em sua conhecida teoria da carteira ou teoria do portfólio, Markowitz (1952) evidenciou que os investidores não buscam apenas a maximização dos retornos ao aplicarem seus recursos, mas também a minimização do risco das aplicações, elemento fundamental nas decisões de investimento. Destaca-se, portanto, a avaliação do *trade-off* entre retorno e risco para a tomada de decisões racionais. Além disso, a determinação do risco de uma carteira, não mais como a soma dos riscos dos ativos individuais, assume papel central na teoria, de forma que a correlação existente entre os ativos é um fator essencial no processo de mitigação de riscos, caracterizando o processo de diversificação. A teoria desenvolvida por Markowitz sistematiza a forma na qual os investidores selecionam suas carteiras, sendo amplamente utilizada deste então (TU, 2011; SANTOS, 2012).

Gonçalves et al. (2002) evidenciam a simplicidade e o bom desempenho do uso da teoria da média-variância para seleção de carteiras, em que resultados superiores são verificados em relação às estratégias de composição baseadas em observação e experiência. Cavalcante et al. (2016) corroboram com esse resultado, demonstrando que, durante o período de 1999 até 2012, a diversificação de carteiras seguindo os pressupostos do modelo de Markowitz apresenta uma relação risco-retorno superior ao de índices referência de renda fixa e de renda variável no mercado de capitais brasileiro.

Dentre as diversas possibilidades de investimento que compõem a fronteira eficiente, ou seja, o conjunto de estratégias que resultam no maior retorno esperado por unidade de risco, algumas merecem destaque como a “Carteira de Variância Mínima” (CVM), que consiste na carteira que apresenta o menor nível de risco dentre as estratégias eficientes. Particularmente, a CVM apresenta algumas características que a torna popular dentre investidores e acadêmicos. A determinação da CVM não requer a estimação dos retornos médios, mas apenas das covariâncias, i.e. da matriz de covariâncias (CLARKE et al., 2006), sendo portanto uma estratégia que evita possíveis erros de estimação associados, sobretudo dos retornos médios, que podem influenciar significativamente o desempenho das carteiras (RUBESAM & BELTRAME, 2013). Dessa forma, a identificação da CVM constitui uma metodologia mais simples de seleção de carteiras em contraposição aos demais portfólios pertencentes à fronteira eficiente.

De acordo com Rubesam e Beltrame (2013), diversos estudos empíricos na literatura mostram que a CVM, em períodos subsequentes à formação da carteira, resulta em retornos ajustados ao risco superiores ao de outras carteiras baseadas no paradigma média-variância de

Markowitz. Esse resultado vai de encontro à teoria de finanças, que assume uma relação positiva entre risco e retorno, sobretudo em modelos de precificação de ativos, sendo esse fenômeno explicado pela existência de microestruturas de mercado. Além dessa questão teórica, há também implicações práticas desses resultados. Do ponto de vista da gestão de recursos, o elevado desempenho da CVM sugere tal metodologia como uma maneira simples e eficaz de obter retornos superiores aos de *benchmarks* de mercado.

Na maioria das estratégias adotadas por gestores de carteira, o risco é mensurado como uma medida que reflete a variabilidade dos retornos, ou seja, a variância. Entretanto, medidas de risco de mercado mais adequadas e sofisticadas, como é o caso do *Value-at-Risk* (VaR) e do *Conditional-VaR* (CVaR), mostram-se como alternativas potenciais para melhor construção de carteiras, por serem capazes de mensurar a perda potencial de uma posição e, portanto, melhor refletirem o risco associado (YAO, 2012; ARTZNER, 1999). Além disso, estratégias de otimização baseadas nessas medidas mostram-se mais vantajosas quando objetiva-se expressar de forma mais adequada a aversão ao risco dos investidores (BARBOSA, 2013). Estratégias de otimização de carteiras baseadas em medidas como o VaR e o CVaR são amplamente utilizadas por gestores na administração de riscos e na determinação de encaixes mínimos de capital em operações de risco, como sugerido pelos acordos de Basiléia (NIETO, 2016; KARMAKAR, 2018).

O CVaR mensura o valor esperado de uma perda, quando essa perda excede o VaR. Diferentemente do VaR, o CVaR se caracteriza por ser uma medida de risco coerente (ARTZNER, 1999). A coerência desta métrica se justifica pela presença das propriedades de homogeneidade positiva, de monotonicidade, de invariância à translação e de subaditividade (ROCKAFELLAR & URYASEV, 2000; ARTZNER, 1999). Desta forma, o CVaR apresenta-se como uma métrica mais apropriada para mensurar a perda potencial de uma carteira em contraposição ao VaR, além de resultar em um melhor desempenho em relação a portfólios de média-variância de Markowitz quando utilizam como medida de risco a variância amostral (BERTSIMAS et al., 2004).

Sendo assim, alternativamente a CVM, destacam-se também estratégias de seleção de ativos que objetivam minimizar o risco, mas quando esse é mensurado por medidas como o CVaR, ou seja, caracterizando as carteiras de variância mínima ajustadas ao CVaR. Em Rockafellar e Uryasev (2000), por exemplo, são evidenciadas as vantagens na seleção de carteiras com o objetivo de minimizar o VaR e o CVaR, utilizadas como medidas de risco. Bertsimas et al. (2004) examinaram as propriedades do CVaR na otimização de portfólios e mostraram que estratégias de seleção de carteiras baseadas na média e no CVaR resultam em melhor desempenho quando comparadas com o princípio da média-variância de Markowitz.

Banihashemi e Navidi (2017), para o mercado de ações iraniano, compara as medidas de risco VaR e CVaR para a otimização de portfólios. Resultados obtidos por simulação histórica e por simulação de Monte Carlo evidenciaram que a aplicação do CVaR, como métrica de risco, costuma ser mais precisa em relação a outras medidas de risco, como o próprio VaR e também a variância amostral. Em Xu et al. (2016) é proposto um modelo de portfólio ajustado ao CVaR com a inclusão de restrições para os pesos da carteira. Para um universo vasto de ativos do mercado de Shanghai, concluiu-se que o modelo apresentado é capaz de selecionar uma pequena quantidade de ações para formar um portfólio estável e de desempenho superior a de métodos ajustados ao VaR.

Ferreira (2006) consiste em um dos poucos estudos acerca da otimização de carteiras ajustadas ao CVaR no mercado de capitais brasileiro. Em sua análise, os autores demonstraram que uma carteira ajustada ao CVaR e composta por ações da Petrobrás, da Usiminas e da Vale, além de um conjunto 12 derivativos destes mesmos ativos, apresentaria resultados melhores em relação a modelos que tem a variância como medida de risco entre os anos de 1992 até 2005.

Nesse contexto, o presente artigo avalia o desempenho de carteiras ajustadas ao risco, sobretudo quando o CVaR é considerado como medida de variabilidade dos retornos (risco), para o mercado de ações do Brasil. A análise considera carteiras ajustadas ao CVaR compostas pelas ações negociadas na B3, a bolsa de valores brasileira, durante o período de 2009 a 2017. Os resultados serão comparados com os obtidos por outras técnicas de seleção de portfólios, como a Carteira de Variância Mínima (CVM), a Carteira que Maximiza a Razão de Sharpe (CRS) e a Carteira Igualmente Ponderada (CIP). O desempenho dos títulos livre de riscos, representado pela taxa CDI (Certificados de Depósitos Interbancários), e do Ibovespa também serão considerados nas comparações. Como o rebalanceamento de carteiras envolve custos de transação e, estes quando elevados, podem reduzir significativamente os retornos dos investidores, inclui-se também a avaliação da periodicidade de revisão dos pesos do portfólio em cenários sem rebalanceamento e com rebalanceamentos mensal, trimestral e anual.

É fundamental para investidores obter portfólios que maximizam a utilidade de acordo com o risco assumido, assim como maximizar os benefícios da diversificação de ativos. Além disso, sobretudo em ambientes de maior variabilidade de preços, a adequada composição de carteiras pode influenciar significativamente o desempenho futuro de investidores do mercado financeiro. Portanto, a necessidade de estratégias eficientes para seleção de portfólios mostra-se como elemento fundamental para obtenção de melhores resultados e, também, para a atração de novos participantes, fatores esses que podem elevar a liquidez dos mercados financeiros.

Em particular, estratégias baseadas em carteiras ajustadas ao CVaR destacam-se por um histórico de bom desempenho em contraposição a outros *benchmarks* em diversas bolsas de valores (BANIHASHEMI & NAVIDI, 2017). No entanto, são escassos ainda na literatura estudos que investigam se esse bom desempenho também é verificado no mercado de ações brasileiro. Portanto, as contribuições do presente trabalho podem ser resumidas da seguinte forma: i) prover de evidência empírica sobre o desempenho de carteiras ajustadas ao CVaR no Brasil como uma nova alternativa estratégia de operação para investidores que aplicam seus recursos no mercado de ações brasileiro; e ii) comparar o desempenho dessas carteiras construídas com *benchmarks* populares no mercado de capitais para diferentes periodicidades de rebalanceamento.

Após essa breve introdução, o artigo está estruturado como segue. A metodologia adotada é descrita na Seção 2, incluindo a descrição da base de dados, as estratégias de seleção de carteiras e as métricas de avaliação de desempenho. A Seção 3 compreende os resultados e as respectivas discussões, com destaque para as diferentes estratégias associadas quanto a periodicidade de rebalanceamento. Por fim, as conclusões são apresentadas na Seção 4, que lista os principais resultados encontrados e também sugestões de pesquisas para desenvolvimento futuro.

## **2. METODOLOGIA**

Para mensurar e avaliar o desempenho de carteiras ajustadas ao CVaR no mercado de ações brasileiro, este capítulo apresenta o conjunto de dados a ser estudado, a metodologia para a composição das carteiras ajustadas a esta medida e também das demais carteiras, e os respectivos *benchmarks*. Além disso, também são descritas as métricas de avaliação dos resultados.

### **2.1 Dados**

Os dados utilizados neste trabalho consistem nos preços de fechamento diários de todas as ações negociadas na B3, a bolsa de valores brasileira, durante o período de 2 de Janeiro de 2009 a 28 de Dezembro de 2017. A avaliação se inicia em 2009 para evitar vieses nos resultados por

motivo da crise de 2008. Foram consideradas apenas as ações que apresentaram volume positivo de negociação em todo período e desconsiderados os papéis que começaram a ser negociados após Janeiro de 2009 ou que deixaram de ser negociados durante o período de análise.

Os dados foram coletados no *software* Economatica e a amostra final resultou em universo de 94 ações com 2.471 observações de preços de fechamento cada uma. Além disso, para o mesmo período, coletou-se os dados dos retornos diários do índice Ibovespa e da taxa dos Certificados de Depósitos Interfinanceiros (CDI), disponibilizado pela CETIP, representativa da taxa de juros livre de riscos no Brasil. Como o CDI é dado em base anual, o CDI diário foi calculado da seguinte forma:

$$CDI_{diário} = (1 + CDI_{anual})^{\frac{1}{252}} \quad (1)$$

## 2.2 Metodologias de construção das carteiras

Além da carteira ajustada ao CVaR, os *benchmarks* selecionados compreendem carteiras otimizadas segundo o paradigma da média-variância de Markowitz com distintas estratégias, sendo elas: a carteira que maximiza a razão de Sharpe (CRS), a carteira de variância mínima (CVM) e a carteira igualmente ponderada (CIP). Alternativamente, o desempenho da carteira ajustada ao CVaR também é comparado com o do índice Ibovespa e do CDI.

O Índice de Sharpe (IS) é uma das métricas de avaliação de desempenho mais utilizadas em finanças, sendo definido como  $IS = (\mu_p - r_f)/\sigma_p$ , onde  $\mu_p$  é o retorno médio da carteira ou portfólio,  $r_f$  o retorno do ativo livre de risco, e  $\sigma_p$  o risco da carteira, ou seja, o índice mensura o prêmio pelo risco de um investimento por unidade de risco. Neste trabalho, o retorno de um ativo no instante  $t$ ,  $\mu_t$ , é definido por  $\mu_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1})$ , onde  $P_t$  é o preço de fechamento do ativo em  $t$ . Dessa forma, em um universo com  $n$  ativos, a carteira que maximiza a razão de Sharpe (CRS) objetiva resultar na melhor razão entre risco retorno, sendo obtida como a solução do seguinte problema de otimização:

$$\max_w \frac{w' \boldsymbol{\mu}_p}{\sqrt{w' \boldsymbol{\Sigma} w}} \quad (2)$$

onde  $\mathbf{w} = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_n]'$  é o vetor dos pesos de cada ativo da carteira,  $\boldsymbol{\mu}_p = (\mu_1, \mu_2 \ \dots \ \mu_n)'$  se trata do vetor de retornos médios dos ativos e  $\boldsymbol{\Sigma}$  a matriz de variâncias e covariâncias de ordem  $n \times n$ , com elementos  $\sigma_{ij}$  representando a covariância entre os ativos  $i$  e  $j$ .

Alternativamente, a estratégia de variância mínima visa minimizar o risco de uma posição financeira independentemente do retorno esperado da carteira. A CVM é então obtida de acordo com:

$$\min_w w' \boldsymbol{\Sigma} w \quad (3)$$

A carteira igualmente ponderada também é uma alternativa para gestores interessados em compor portfólios. Nessa estratégia, os pesos dos ativos são distribuídos igualmente entre os ativos, ou seja:

$$w_i = \frac{1}{n} \forall i, \quad i = 1, \dots, n \quad (4)$$

A carteira ajustada ao CVaR (CVaRp) segue o paradigma da média-variância, no entanto, a medida de risco é mesurada pelo *Conditional Value-at-Risk* (CVaR). O CVaR é uma medida coerente de risco e mensura a perda média de um ativo ou carteira, quando tal perda excede o VaR. O VaR sintetiza a pior perda esperada de um ativo ou portfólio em determinado período de tempo e intervalo de confiança (JORION, 2001). O VaR pode ser resumido como a seguinte probabilidade:

$$Prob[\boldsymbol{\mu}_p \leq VaR] = \alpha \quad (5)$$

onde  $\boldsymbol{\mu}_p$  se refere ao retorno da carteira e  $VaR$  é o *Value-at-Risk* com nível de significância  $\alpha$ , ou seja, o VaR corresponde ao percentil  $\alpha$  da distribuição dos retornos.

Desta forma, o CVaR pode então ser descrito como:

$$CVaR = E(\boldsymbol{\mu}_p | \boldsymbol{\mu}_p \leq VaR) \quad (6)$$

em que  $E(\cdot)$  é o operador de esperança.

Portanto, a carteira ajustada ao CVaR, CVaRp, é obtida como:

$$\max_w \frac{\mathbf{w}' \boldsymbol{\mu}_p}{CVaR} \quad (7)$$

Assim, a carteira CVaRp, como a CRS, maximiza o prêmio pelo risco da carteira por unidade de risco, no qual o risco agora é mensurado pelo CVaR.

### 2.3 Restrições e *backtesting*

Todas as carteiras serão construídas com base na matriz de covariância amostral, de forma que, cada elemento da matriz  $\Sigma$  é calculado como:

$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\mu_{i,t} - \bar{\mu}_i)(\mu_{j,t} - \bar{\mu}_j) \quad (8)$$

onde  $\hat{\sigma}_{ij}$  é a covariância amostral entre os ativos  $i$  e  $j$ ,  $T$  é o número de observações na amostra e  $\bar{\mu}_i$  a média amostral dos retornos do ativo  $i$ . Para a carteira ajustada ao CVaR, foi adotado um nível de significância  $\alpha$  de 5%.

Além disso, para todas as carteiras, as análises consideraram uma amostra de 3 anos de dados (i.e. 756 observações diárias em dias úteis) para a estimação da matriz de variâncias e covariâncias. Portanto, as análises são realizadas com base nos resultados fora da amostra, sendo as carteiras formadas com base nos dados históricos de três anos.

A análise empírica considera carteiras com apenas posições compradas e com a restrição de possuir 100% do capital investido (*full investment*), sendo o peso máximo de cada ação restrito em 15%, ou seja, a seguinte restrição é imposta para todas as carteiras:

$$0 \leq w_i \leq 0,15, \quad \forall i \text{ e } \sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (9)$$

A restrição de 15% se trata de uma escolha *ad hoc*, como é o caso do estudo de Thomé et al. (2011) que mostra uma piora progressiva na relação risco-retorno quando o peso máximo de cada ação cresce, tal como no trabalho de Rubesam e Beltrame (2013), que conduz testes

variando a alocação máxima para cada ativo e conclui que 15% é uma alocação máxima de pesos que equilibra os resultados obtidos por diferentes estratégias de otimização no mercado de ações brasileiro.

Além disso, as carteiras serão avaliadas em um ambiente sem rebalanceamento, ou seja, a carteira é otimizada e mantida para o restante do período, sendo os pesos obtidos com base em dados históricos dos primeiros três anos de análise. Adicionalmente, cenários com rebalanceamento mensal, trimestral e anual também serão considerados. Nesse caso, a primeira otimização se dá mais uma vez a partir dos dados dos três anos iniciais da amostra.

Todas as análises desse estudo foram realizadas no *software* R, versão 3.5.0, com a utilização dos pacotes *ROI* (versão 0.3.1), *PortfolioAnalytics* (versão 1.1.0) e *PerformanceAnalytics* (versão 1.5.2).

### 3.2 Métricas de avaliação dos resultados

As carteiras construídas no presente trabalho serão avaliadas de acordo com diferentes métricas de desempenho, sendo elas: retorno anualizado, retorno cumulativo, volatilidade anualizada, VaR médio de um dia, valor terminal de uma unidade monetária, índice de Sharpe, índice de Modigliani, perda máxima e considerando os coeficientes alfa e beta do modelo CAPM das respectivas carteiras.

O retorno anualizado e o retorno cumulativo são métricas para evidenciar o desempenho de um ativo ou investimento em um determinado período de tempo. O retorno anualizado,  $\mu_A$ , de uma carteira é calculado como:

$$\mu_A = \prod_{i=1}^T (1 + \mu_{p,i})^{252/T} - 1 \quad (10)$$

onde  $T$  é o número de retornos diários das carteiras, i.e. o tamanho da amostra.

O retorno cumulativo,  $\mu_C$ , é obtido portanto por:

$$\mu_C = \prod_{i=1}^T (1 + \mu_{p,i}) - 1 \quad (11)$$

Além dos retornos, o risco das carteiras também será mensurado por meio da respectiva volatilidade anualizada,  $\sigma_A$ , calculada como:

$$\sigma_A = \sqrt{252} \cdot \sigma = \sqrt{252} \cdot \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (\mu_{p,i} - \bar{\mu}_p)^2 \quad (12)$$

em que  $\bar{\mu}_p$  é o retorno médio da carteira para todo período de análise fora da amostra.

Alternativamente, o índice de Sharpe,  $IS$ , e o índice de Modigliani,  $IM$ , avaliam o retorno conjuntamente com o risco da carteira, sendo o  $IM$  levando em consideração o risco ajustado ao risco de uma carteira de mercado. Neste estudo, a carteira de mercado considerada será o Ibovespa. Dessa forma, o índice de Modigliani das carteiras,  $IM$ , é calculado como:

$$IM = \frac{\sigma_M}{\sigma_p} (u_p - r_f) + r_f \quad (13)$$

em que  $\sigma_M$  representa a volatilidade (risco) da carteira de mercado.

Também serão calculados o VaR médio de um dia de cada uma das estratégias, o valor terminal de uma unidade monetária, a perda máxima observada no período e o *turnover* médio. O *turnover* das carteiras entre dois períodos de rebalanceamento é calculado como a soma das diferenças (em módulo) dos pesos das ações. Por fim, também serão computadas as respectivas estimativas dos parâmetros dos modelos CAPM de cada uma das carteiras, obtidas pela seguinte regressão:

$$\mu_{p,t} - r_{f,t} = \alpha + \beta(\mu_{M,t} - r_{f,t}) + \varepsilon_t \quad (14)$$

onde  $\mu_{p,t}$  é o retorno da carteira em  $t$ ,  $r_{f,t}$  o retorno do CDI em  $t$ ,  $\mu_{M,t}$  o retorno do Ibovespa em  $t$ , e  $\varepsilon_t$  um erro aleatório. O parâmetro  $\alpha$  mensura o retorno em excesso da carteira em relação ao seu *benchmark*, enquanto que o  $\beta$  corresponde a uma medida de risco sistemático da carteira.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Foram construídas carteiras sem rebalanceamento e rebalanceadas mensalmente, trimestralmente e anualmente, adotando-se a premissa de que a soma dos pesos dos ativos de cada carteira é igual a unidade (*full investment*) e de que o peso de cada ação pode ser de, no máximo, 15%, considerando apenas posições comprada (*long-only*). Além disso, em todos os casos, os pesos iniciais foram definidos com base em uma janela de dados dos retornos de 3 anos, de forma que as medidas de resultado são calculadas para o período remanescente (fora da amostra).

A Tabela 1 apresenta os resultados das métricas de desempenho das carteiras que contemplam posições compradas sem rebalanceamento, e rebalanceadas com periodicidades mensal, trimestral e anual. Observa-se que, em geral, as carteiras de variância mínima (CVM) apresentam maiores retornos (anualizado e cumulativo) e menores volatilidades em relação aos demais portfólios (CRS, CVaRp e CIP) e também ao índice Ibovespa, exceto no cenário de rebalanceamento mensal em que a carteira CVaRp apresenta maiores retornos.

Salvo a exceção da carteira CVaRp rebalanceada mensalmente, que apresentou o maior retorno, os maiores retornos observados no presente estudo ocorreram para os portfólios não rebalanceados. A CRS lidera este cenário no quesito retorno, apresentando valor terminal de R\$ 1,58, enquanto a CRS e a CVM ambas apresentam valores terminais entre R\$ 1,32 e R\$ 1,33 (Tabela 1). Destaca-se ainda que todas as carteiras apresentaram retornos superiores aos da CIP e do índice Ibovespa

Para as carteiras rebalanceadas, observa-se que a carteira de variância mínima, em geral, supera as carteiras ajustadas ao CVaR, em termos de retorno, sendo as carteiras CVaRp com consequente maiores retornos que os das carteiras que maximizam a razão de Sharpe (CRS). Esta tendência é mais evidente nos cenários de rebalanceamento trimestral e anual, mas não se verifica no cenário de rebalanceamento mensal. De acordo com a Tabela 1, a carteira ajustada ao CVaR rebalanceada mensalmente tem retorno superior a todas as demais carteiras, com um retorno anualizado de 5,43% a.a. e cumulativo de 33,47%. A carteira CVaRp só obteve retornos inferiores ao CDI, que apresentou melhor desempenho no período de análise, sobretudo como resultado das instabilidades políticas e econômicas que afetam os mercados de capitais no Brasil.

**Tabela 1. Métricas de avaliação das carteiras.** A tabela apresenta o resultado das métricas de desempenho das carteiras compostas pelas ações negociadas na B3 no período de 2009 a 2017. As estratégias de otimização foram as de variância mínima (CVM), de maximização da razão de Sharpe (CRS) e ajustada ao CVaR (CVaRp). Todas as estratégias foram compostas em um cenário sem rebalanceamento e em cenários com rebalanceamento mensal, trimestral e anual. Os resultados também são apresentados para os *benchmarks*, i.e. da carteira igualmente ponderada (CIP), Ibovespa (IBOV) e CDI.

	Sem rebalanceamento			Rebalanceamento Mensal			Rebalanceamento Trimestral			Rebalanceamento Anual			<i>Benchmarks</i>		
	CVM	CRS	CVaRp	CVM	CRS	CVaRp	CVM	CRS	CVaRp	CVM	CRS	CVaRp	CIP	IBOV	CDI
Retorno Anualizado (%)	5,21	4,97	4,70	5,06	3,85	5,44	4,53	3,37	4,53	3,74	2,43	2,68	-1,14	3,71	10,61
Retorno Cumulativo (%)	32,17	51,62	28,72	29,20	28,15	20,13	28,35	19,52	26,93	19,66	-3,01	13,83	-6,11	22,19	135,56
Volatilidade Anualizada (%)	14,44	15,56	15,34	13,07	14,32	13,41	13,15	14,32	13,44	13,82	12,87	13,99	23,00	23,04	0,13
Valor em Risco* (%)	-1,47	-1,59	-1,57	-1,33	-1,46	-1,36	-1,34	-1,47	-1,37	-1,41	-1,32	-1,43	-2,37	-2,36	-
Valor Terminal de R\$ 1	1,33	1,58	1,32	1,32	1,29	1,34	1,30	1,24	1,29	1,22	1,02	1,17	0,89	1,20	2,35
Índice de Sharpe	-0,39	-0,38	-0,40	-0,44	-0,49	-0,41	-0,48	-0,52	-0,47	-0,52	-0,66	-0,58	-0,52	-0,31	-
Índice de Modigliani	0,094	0,095	0,094	0,092	0,090	0,094	0,091	0,089	0,091	0,090	0,084	0,087	-	-	-
<i>Turnover</i> médio (%)	-	-	-	9,63	18,74	12,83	9,96	25,71	41,33	24,64	49,74	27,19	-	-	-
Perda Máxima (%)	38,80	47,91	44,43	40,16	43,16	40,52	40,11	44,06	40,27	40,81	33,99	41,43	61,97	45,28	-
CAPM Beta	0,45	0,49	0,47	0,42	0,44	0,42	0,42	0,44	0,42	0,46	0,46	0,46	0,76	-	-
CAPM Alfa	-3E-04	-3E-04	-3E-04	-1E-04	-1E-04	-1E-04	-1E-04	-2E-04	-1E-04	-1E-04	-3E-04	-2E-04	-1E-03	-	-
Estatística t Alfa	-1,65	-1,59	-1,63	-0,74	-0,86	-0,60	-0,88	-0,98	-0,83	-0,82	-1,68	-1,04	-2,15	-	-
P-valor Alfa	0,10	0,11	0,10	0,46	0,39	0,55	0,38	0,33	0,41	0,41	0,09	0,30	0,03	-	-

\*VaR médio de 1 dia com 95% de confiança.

Além de obter retornos acumulados acima de todas as carteiras rebalanceadas trimestralmente e anualmente, e também aos *benchmarks* - Ibovespa e CIP, as carteiras não rebalanceadas apresentaram níveis de riscos similares aos das carteiras rebalanceadas, conforme verifica-se a volatilidade anualizada das estratégias na Tabela 1, mas inferiores aos riscos da carteira igualmente ponderada e do índice Ibovespa. Dentre as carteiras não rebalanceadas, destaca-se a CVM por apresentar a menor volatilidade anualizada, menor valor em risco médio de um dia, como também a menor perda máxima verificada dentre as carteiras sem rebalanceamento.

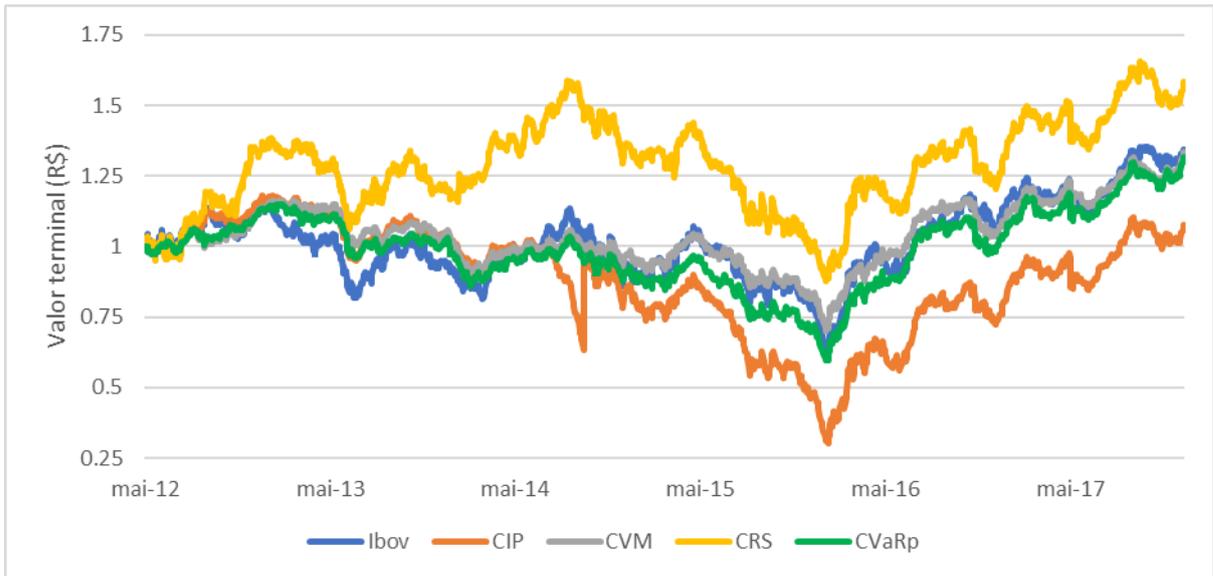
Para as carteiras rebalanceadas, verifica-se uma tendência de aumento da volatilidade anualizada com o aumento do intervalo entre os rebalanceamentos (ver Tabela 1), em que as carteiras de variância mínima apresentaram volatilidade, VaR médio de um dia e perda máxima inferiores as da CVaRp, sendo esta última com risco inferior ao da CRS. Ainda, nota-se que o VaR médio de um dia, a perda máxima e a volatilidade são menores para as carteiras rebalanceadas.

Todos os portfólios obtiveram um índice de Sharpe negativo, dado o desempenho médio superior do ativo livre de risco (CDI) no período analisado. Portanto, neste caso, o índice de Modigliani destaca-se como uma medida mais apropriada para comparar a eficiência das carteiras construídas em termos conjunto do risco e retorno. Segundo a Tabela 1, os índices de Modigliani das carteiras foram muito similares, indicando que as mesmas apresentam um retorno médio similar por unidade de risco, de 0,09. No entanto, as carteiras não rebalanceadas destacam-se positivamente com *IM* em torno de 0,094 e 0,095, enquanto as carteiras rebalanceadas anualmente destacam-se negativamente, com os menores valores do *IM*, de 0,090 (CVM), 0,087 (CVaRp) e 0,084 (CRS).

Em todos os cenários, o *turnover* médio das carteiras de variância mínima ficaram abaixo do da CRS e da CVaRp (Tabela 1). Apesar do bom desempenho no que tange as medidas de retorno e risco, observa-se que o *turnover* médio da CVaRp rebalanceada trimestralmente é o mais elevado que as demais, o que implica em maiores custos de transação e, conseqüentemente, afetam negativamente os rendimentos das carteiras.

Em termos das estimativas do modelo CAPM das carteiras, todos os alfas são negativos e próximos de zero, com p-valores maiores que 0,05, rejeitando-se, portanto, a hipótese da existência de retornos anormais estatisticamente significativos (ver Tabela 1). Quanto aos betas do modelo CAPM, todas as carteiras apresentaram betas positivos, inferiores a unidade e estatisticamente significativos a 1%, evidenciando que o risco sistêmico das carteiras é menor que o da carteira de mercado, mas com retornos (prêmio pelo risco) positivamente correlacionados com o desempenho geral do mercado. Dentre os cenários de rebalanceamento, destaca-se uma tendência de diminuição do risco sistêmico em frequências maiores de rebalanceamento, porém, essas diferenças ainda são pouco significativas.

As Figuras de 1 a 4 apresentam as curvas de retorno acumulado das carteiras sem rebalanceamento, rebalanceadas mensal, trimestral e anualmente, respectivamente. Observa-se que todas as estratégias propostas foram capazes de resultar em maiores retornos do que a carteira igualmente ponderada. No cenário sem rebalanceamentos (Figura 1), a CVM, a CVaRp e o Ibovespa apresentaram curvas de retorno acumulado muito próximas, enquanto que a CRS apresentou um retorno acumulado consideravelmente maior, mas também com uma volatilidade mais acentuada. Nos cenários de rebalanceamento mensal (Figura 2) e trimestral (Figura 3), todas as carteiras otimizadas e o Ibovespa apresentaram resultados mais similares. Já no cenário de rebalanceamento anual (Figura 4), observa-se uma proximidade entre as curvas da CVM, da CVaRp e do Ibovespa, todas elas com retornos acumulados acima aos da CRS e da CIP.



**Figura 1. Curvas de valor terminal das carteiras sem rebalanceamento, da CIP e do Ibovespa.** A Figura apresenta as curvas de valor terminal da carteira igualmente ponderada, do índice Ibovespa e das carteiras que não admitem rebalanceamento, formadas com as ações negociadas na B3 no período de 2009 a 2017. Ibov representa o índice de mercado Ibovespa, CIP a carteira igualmente ponderada, CVM a carteira de variância mínima, CRS a carteira que maximiza a razão de Sharpe e CVaRp a carteira ajustada ao CVaR.



**Figura 2. Curvas de valor terminal das carteiras com rebalanceamento mensal, da CIP e do Ibovespa.** A Figura apresenta as curvas de valor terminal da carteira igualmente ponderada, do índice Ibovespa e das carteiras otimizadas que admitem rebalanceamento mensal, formadas com as ações negociadas na B3 no período de 2009 a 2017. Ibov representa o índice de mercado Ibovespa, CIP a carteira igualmente ponderada, CVM a carteira de variância mínima, CRS a carteira que maximiza a razão de Sharpe e CVaRp a carteira ajustada ao CVaR.

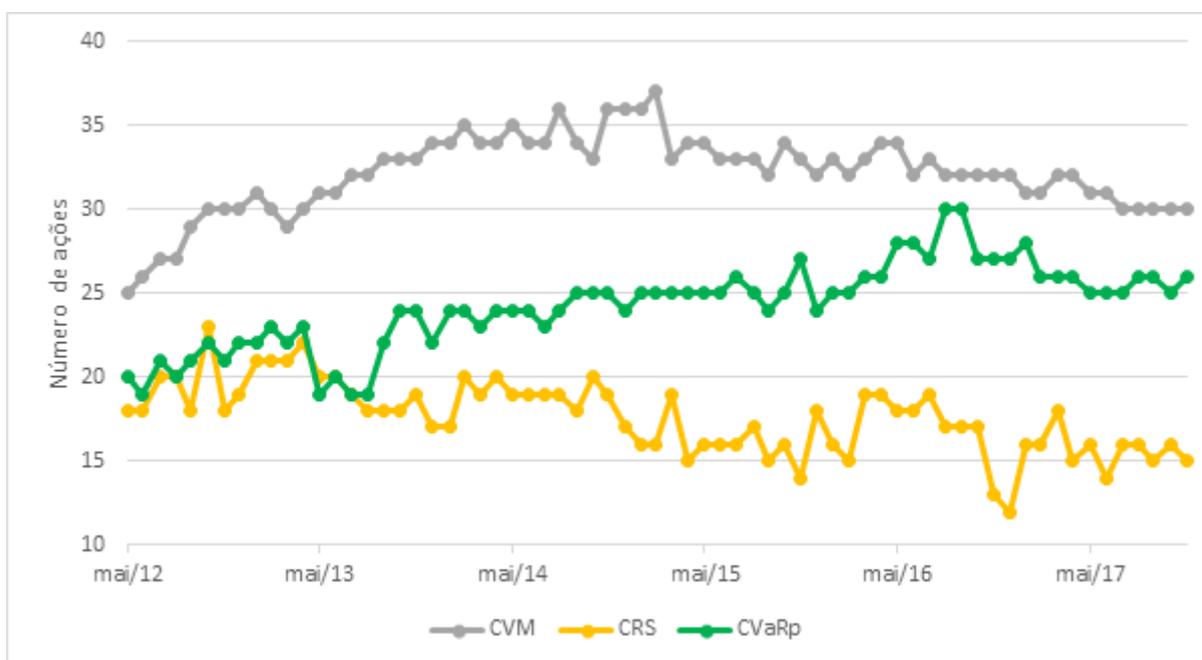


**Figura 3. Curvas de valor terminal das carteiras com rebalanceamento trimestral, da CIP e do Ibovespa.** A Figura apresenta as curvas de valor terminal da carteira igualmente ponderada, do índice Ibovespa e das carteiras otimizadas que admitem rebalanceamento trimestral, formadas com as ações negociadas na B3 no período de 2009 a 2017. Ibov representa o índice de mercado Ibovespa, CIP a carteira igualmente ponderada, CVM a carteira de variância mínima, CRS a carteira que maximiza a razão de Sharpe e CVaRp a carteira ajustada ao CVaR.



**Figura 4. Curvas de retorno acumulado das carteiras com rebalanceamento anual, da CIP e do Ibovespa.** A Figura apresenta as curvas de retorno acumulado da carteira igualmente ponderada, do índice Ibovespa e das carteiras otimizadas que admitem rebalanceamento anual, formadas com as ações negociadas na B3 no período de 2009 a 2017. Ibov representa o índice de mercado Ibovespa, CIP a carteira igualmente ponderada, CVM a carteira de variância mínima, CRS a carteira que maximiza a razão de Sharpe e CVaRp a carteira ajustada ao CVaR.

Por fim, a Figura 5 mostra a alocação média das carteiras rebalanceadas mensalmente ao longo do tempo. Destaca-se somente o cenário de rebalanceamento mensal uma vez que nos demais casos, a frequência de rebalanceamento é relativamente baixa. Observa-se que, durante todo o período de análise, a CVM apresentou em média 32 ativos em sua composição, enquanto a CVaRp apresentou em média 24 ações na carteira. Percebe-se que, tanto a curva da carteira de variância mínima quanto a curva da carteira ajustada ao CVaR, apresentaram menores oscilações em relação a curva do número de ativos da carteira que maximiza a razão de Sharpe (CRS). A composição da CRS oscilou em torno de 20 ativos até o ano de 2015, quando teve uma queda abrupta e passou a ser composta por em média 7 ativos. A partir desses resultados e do *turnover* médio das carteiras em questão (Tabela 1), é possível verificar que os custos de transação envolvidos na otimização da CVM e da CVaRp são inferiores e, portanto, afetam menos a performance destas carteiras em relação a CRS.



**Figura 5. Alocação média das carteiras CVM, CRS e CVaRp com rebalanceamento mensal.** A figura apresenta a evolução ao longo do tempo de análise do número de ativos presentes nas carteiras CVM, CRS e CVaRp rebalanceadas mensalmente.

#### 4. CONCLUSÃO

A seleção de portfólios compostos por ações é um tema relevante para investidores que atuam no mercado financeiro. Dada a significativa volatilidade verificada nos ativos que são negociados na bolsa brasileira e a crescente inserção de novos *players* no mercado, é natural que estratégias que visam mitigar o risco ganhem destaque. Além disso, diversos estudos na literatura evidenciam que a relação positiva entre risco-retorno, proposta pela teoria de carteira de Markowitz, não se verifica muitas vezes na prática e que, portanto, é possível obter ganhos relevantes por meio de estratégias que melhor descrevam os retornos e riscos associados.

Este artigo investigou a performance de carteiras ajustadas ao CVaR no mercado de ações brasileiro, obtidas por meio da maximização dos retornos por unidade de risco, nesse caso, mensurado pelo CVaR, por se tratar de uma medida de risco coerente. As carteiras foram otimizadas com estratégias com diferentes periodicidades de rebalanceamento. O desempenho

das carteiras construídas foi comparado com os obtidos por carteiras alternativas, como a carteira de variância mínima, a carteira que maximiza a razão de Sharpe, a carteira igualmente ponderada, com também com *benchmarks* como o CDI e o índice Ibovespa.

Todas as carteiras otimizadas mostraram desempenho superior a estratégia igualmente ponderada, com destaque para as carteiras CVM e CVaRp, com relação risco-retorno similares entre si e melhores em relação a CRS. Além disso, observaram-se melhores desempenhos nas carteiras que não contemplaram rebalanceamentos. A consideração do CVaR como medida de risco resultou também em melhores carteiras do ponto de vista do retorno ajustado ao risco que os *benchmarks* considerados, para os diferentes horizontes de rebalanceamento, mas ainda assim, foram observados desempenhos muito similares ao da CVM, o que indica o benefício de estratégias de composição de carteiras com menores níveis de risco no mercado acionário do Brasil.

Algumas questões devem ser levadas em consideração como limitações deste trabalho, como é o caso da não consideração da possibilidades de posições vendidas, e dos custos de transação, sendo esse último fator com impacto direto no desempenho dos portfólios. Ainda, considerou-se a estimação do risco das carteiras por meio da matriz de covariância amostral e não utilizando estratégias mais sofisticadas como em modelos de heterocedasticidade condicional. Como sugestão para futuros estudos, além de considerar essas limitações, mostra-se interessante testar o desempenho das carteiras ajustadas ao CVaR com diferentes estratégias de rebalanceamento e de restrições dos pesos dos ativos, assim como da inclusão de ativos livres de risco na carteira.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARTZNER, P. DELBAEN, F; EBER, J. M.; HEATH, D. Coherent measures of risk. **Mathematical Finance**, Vol. 9, p. 203-228, 1999.

BANIHASHEMI, S.; NAVIDI, S. Portfolio performance evaluation in Mean-CVaR framework: A comparison with non-parametric methods Value-at-Risk in Mean-VaR analysis. **Operations Research Perspectives**, Vol. 4, p. 21-28, 2017.

BARBOSA, A. S. **Otimização de carteiras com restrição de VaR: Estudo para o mercado brasileiro**. 2013. 62f. Dissertação (Mestrado – Programa de Mestrado Profissional em Economia. Área de concentração: Finanças Aplicadas) – Insper Instituto de Ensino e Pesquisa, São Paulo, 2013.

BERTSIMAS, D.; LAUPRETE, G.; SAMAROV, A. Shortfall as a risk measure: Properties, optimization and applications. **Journal of Economic Dynamics & Control**, Vol. 28, No. 7, p. 1353-1381, 2004.

CAVALCANTE, D.; CRISÓSTOMO, V.; MATOS, P. Composição de carteiras por mínima variância: Comparação com benchmarks de mercado. **Revista de Gestão, Finanças e Contabilidade**, Vol. 6, No. 2, p.132-159, 2016.

CLARKE, R.; DA SILVA, H.; THORLEY, S. Minimum-variance portfolios in the US equity market. **Journal of Portfolio Management**, Vol. 33, p. 10-22, 2006.

FERREIRA, F. A. C. **O valor em risco condicional na otimização de carteiras com derivativos**. Trabalho de Conclusão de Curso – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Produção, São Paulo, 118 f, 2006.

GONÇALVES, C.; PAMPLONA, E.; MONTEVECHI, J. Seleção de carteiras através do modelo de Markowitz para pequenos investidores (com o uso de planilhas eletrônicas). **In.:** IX Simpósio de Engenharia de Produção, Bauru, SP, 2002.

JORION, P. **Value at Risk: A nova fonte de referência para a gestão de risco financeiro**. São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 2001.

KARMAKAR, M.; PAUL, S. Intraday portfolio risk management using VaR and CVaR: A CGARCH-EVT-Copula approach. **International Journal of Forecasting**, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2018.01.010>.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. **Journal of Finance**, Vol. 7, No. 1, p. 77-91, 1952.

NIETO, M. R.; RUIZ, E. Frontiers in VaR forecasting and backtesting. **International Journal of Forecasting**, Vol. 32, No. 2, p. 475-501, 2016.

ROCKAFELLAR, R. T.; URYASEV, S. Optimization of conditional Value-at-Risk. **Journal of Risk**, Vol. 2, No. 3, p. 21-41, 2000.

RUBESAM, A.; BELTRAME, A. Carteiras de variância mínima no Brasil. **Revista Brasileira de Finanças**. Vol.11, No. 1, p. 81-118, 2013.

THOMÉ, C. N.; LEAL, R. P.C. & ALMEIDA, V. S. Um índice de mínima variância de ações Brasileiras. **Economia Aplicada**. Vol. 15, p. 535-557, 2011.

TU, J.; ZHOU, G. Markowitz meets Talmud: A combination of sophisticated and naive diversification strategies. **Journal of Financial Economics**. Vol. 99, No.1, p. 204-215, 2011.

SANTOS, A. A. P.; TESSARI, C. Técnicas quantitativas de otimização de carteiras aplicadas ao mercado de ações brasileiro. **Revista Brasileira de Finanças**, Vol. 10, No. 3, p. 369-393, 2012.

XU, Q.; ZHOU, Y.; JIANG, C.; YU, K.; NIU, X. A large CVaR-based portfolio selection model with weight constraints. **Economic Modelling**, Vol. 59, p. 436-447, 2016.

YAO, H.; LI, Z.; LAI, Y. Mean-CVaR portfolio selection: A nonparametric estimation framework. **Computers & Operations Research**, Vol. 40, p. 1014-1022, 2013.

ZANINNI, F. A. M.; FIGUEIREDO, A. C. As teorias de carteira de Markowitz e de Sharpe: Uma aplicação no mercado brasileiro de ações entre Julho/95 e Jun/2000. **Revista de Administração Mackenzie**, Vol. 6, No. 2, p. 37-64, 2005.